

Está explicado en las tareas 3 y 4. Pero va de nuevo (y no sé porqué pusiste -6s es 6s:

$$Y(s) = \frac{e^{-\pi s} + e^{-7\pi s} + s + 6}{s^2 + 6s + 34}$$

Primero, verificas el denominador. A todas luces, no se puede descomponer en una multiplicación de factores lineales con número reales ya que tiene raíces complejas. Si no quiero descomponerlo como una multiplicación de factores lineales con número complejos y ya no puedo reducirlo por fracciones parciales, ya que este denominador es en sí mismo un factor cuadrático, lo que se tiene que hacer es completar el trinomio cuadrado perfecto, es decir:

$$\begin{aligned} s^2 + 6s + 34 &= s^2 + 6s + 9 - 9 + 34 \\ &= (s + 3)^2 - 9 + 34 \\ &= (s + 3)^2 + 25 = (s + 3)^2 + 5^2 \end{aligned}$$

Una vez hecho esto:

$$Y(s) = \frac{e^{-\pi s} + e^{-7\pi s} + s + 6}{s^2 + 6s + 34} = \frac{e^{-\pi s} + e^{-7\pi s} + s + 6}{(s + 3)^2 + 5^2} = \frac{e^{-\pi s}}{(s + 3)^2 + 5^2} + \frac{e^{-7\pi s}}{(s + 3)^2 + 5^2} + \frac{s + 6}{(s + 3)^2 + 5^2}$$

A todas luces, las transformadas de los dos primeros términos en azul son senos multiplicados por una exponencial y trasladados y el tercer término hay que ajustarlo un poco para que su inversa pueda corresponder a un coseno multiplicado por exponencial pero, en este caso, se producirá un seno multiplicado por una exponencial también. Realicemos los siguientes ajustes:

\*Al primer término, sin alterarlo, pero dándole el formato para que su inversa corresponda a la de un seno multiplicado por una exponencial  $e^{3t}$  desfasado en  $t-1$  y multiplicado por  $u(t-1)$ , como más adelante veremos; de momento, sólo demos el formato de un seno y sólo necesitamos un 5 en el numerador equilibrado por  $1/5$ :

$$\frac{1}{5} \frac{5}{(s+3)^2 + 5^2} e^{-\pi s}$$

\*De la misma forma, al segundo término, sin alterarlo, pero dándole el formato para que su inversa corresponda a la de un seno de multiplicado por una exponencial  $e^{3t}$  desfasado  $t-7$  y multiplicado por  $u(t-7)$ , como más adelante veremos; de momento, sólo demos el formato de un seno y sólo también necesitamos un 5 en el numerador equilibrado por  $1/5$ :

$$\frac{1}{5} \frac{5}{(s+3)^2 + 5^2} e^{-7\pi s}$$

\*En el tercer término, para que tenga la forma de un coseno, necesitamos tener en el numerador **no** una “s” sino una “s-3” porque en el denominador no tenemos una  $s^2$  sino  $(s-3)^2$ , de tal forma que:

$$\begin{aligned} \frac{s+3-3+6}{(s+3)^2 + 5^2} &= \frac{(s+3)-3+6}{(s+3)^2 + 5^2} = \frac{(s+3)}{(s+3)^2 + 5^2} + \frac{(-3+6)}{(s+3)^2 + 5^2} \\ &= \frac{(s+3)}{(s+3)^2 + 5^2} + \frac{3}{(s+3)^2 + 5^2} \end{aligned}$$

Ajustamos el último término que apareció en la expresión anterior para que tenga la forma exacta de un seno cuando se le saque la inversa (el primer término de la expresión anterior ya tiene la forma exacta de un coseno, aunque trasladado en s-3:

$$= \frac{(s+3)}{(s+3)^2 + 5^2} + 3 \left( \frac{1}{5} \right) \frac{5}{(s-3)^2 + 5^2} = \frac{(s+3)}{(s+3)^2 + 5^2} + \frac{3}{5} \frac{5}{(s-3)^2 + 5^2}$$

Juntamos todo lo anterior: los dos primeros términos azules que modificamos y el tercer término azul pero que se convirtió en la suma de los dos rosas; pongo colores en ciertos números especiales:

$$Y(s) = \frac{1}{5} \frac{5}{(s+3)^2 + 5^2} e^{-\pi s} + \frac{1}{5} \frac{5}{(s+3)^2 + 5^2} e^{-7\pi s} + \frac{(s+3)}{(s+3)^2 + 5^2} + \frac{3}{5} \frac{5}{(s+3)^2 + 5^2}$$

A esto es muy fácil sacarle la inversa; ve cómo afectan los números especiales en colores:

$$y(t) = \frac{1}{5} e^{-3(t-\pi)} \sin[5(t-\pi)] u(t-\pi) + \frac{1}{5} e^{-3(t-7\pi)} \sin[5(t-7\pi)] u(t-7\pi) + e^{-3t} \cos(5t) + \frac{3}{5} e^{-3t} \sin(5t)$$

El resultado se puede simplificar:

$$y(t) = \frac{1}{5} e^{-3(t-\pi)} \sin[5(t-\pi)] u(t-\pi) + \frac{1}{5} e^{-3(t-7\pi)} \sin[5(t-7\pi)] u(t-7\pi) + e^{-3t} \cos(5t) + \frac{3}{5} e^{-3t} \sin(5t)$$

Sólo reacomodando términos, se obtiene lo que contestaste:

5. 4/4 points | Previous Answers ZIIDIMEQModAp11M 7.5.011. [3918418]

Use the Laplace transform to solve the given initial-value problem.

$$y'' + 6y' + 34y = \delta(t - \pi) + \delta(t - 7\pi), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

$$y(t) = \left( \frac{3}{5} e^{-3t} \sin(5t) + e^{-3t} \cos(5t) \right) + \left( \frac{1}{5} e^{-3(t-\pi)} \sin(5(t-\pi)) \right) + \left( \frac{1}{5} e^{-3(t-\pi)} \sin(5(t-\pi)) \right) \cdot u(t-\pi) + \left( \frac{1}{5} e^{-3(t-7\pi)} \sin(5(t-7\pi)) \right) \cdot u(t-7\pi)$$